

Didaktischer Kommentar

Kurzinformation

Schüler/innen sollen sich mit der Beschreibung von dynamischen Vorgängen beschäftigen und den Unterschied zwischen diskreten Vorgängen (Beschreibung über Differenzgleichungen) und kontinuierlichen Vorgängen (Beschreibung über Differentialgleichungen) kennen lernen. Es ist möglich in jedes Kapitel des Lernpfades einzusteigen, die einzelnen Kapitel können unabhängig von einander bearbeitet werden.

Schulstufe	11. bis 13. Schulstufe
Dauer	4 Stunden – Erweiterungsmöglich für Selbststudium
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Dynamische Geometrie Software (DGS), Java Applets, Tabellenkalkulation, Computeralgebra (CAS)
Technische Voraussetzungen	Java, Internet, CAS-Software (Maxima, optional Derive), installiertes Officepaket
Autoren	Matthias Kittel, Walter Wegscheider

Motivation – Warum wurde das Thema gewählt?

Die Möglichkeit der Beschreibung von dynamischen Vorgängen nimmt in zahlreichen Anwendungen von Biologie über Medizin bis zu Technik und Physik eine zentrale Rolle ein. Während es relativ einfach ist, dynamische Zusammenhänge mathematisch korrekt zu beschreiben, ist die Lösung derartiger Aufgaben ohne technische Hilfsmittel extrem aufwändig. Dies hat dazu geführt, dass die Behandlung dieser Themenbereiche in zahlreichen Schularten beinahe komplett aus den Lehrplänen verschwunden ist. Wir wollen zeigen, dass mit den Möglichkeiten der Visualisierung und der Unterstützung der rechnerischen Problemlösung durch technologische Hilfsmittel die Behandlung von dynamischen Vorgängen einen stärkeren Platz im Curriculum haben könnte.

Didaktischer Kommentar

Ziele des Lernpfads

Voraussetzungen:

- Darstellungsformen von Funktionen
- Kenntnis der Auswirkung von Variationen in verschiedenen Darstellungsformen (lineare Funktionen, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, trigonometrische Funktionen u.a.)

Lernziele:

- Der Lernpfad beschreibt mit Hilfe von bekannten Beispielen aus Ökologie und Ökonomie (Zerfall/Wachstum, Räuber-Beute-Modell, Ausbreitung von Krankheiten, volkswirtschaftliche Modelle, ...) die formalisierte Darstellung von Prozessen durch Differenzgleichungen (diskret) und Differentialgleichungen (kontinuierlich).



- Die beschreibung diskreter dynamischer Vorgänge mit Hilfe von Differenzgleichungen - Lösungsmöglichkeiten und Visualisierung an Hand verschiedener Beispiele
 - Rekursive Beschreibung von Veränderungen
 - Visualisierungsmöglichkeiten (Cobweb, ...)
 - Simulation dynamischer Systeme mittels geeigneter Software (z.B. VenSIM)
- Beschreibung kontinuierlicher dynamischer Vorgänge mit Hilfe von Differentialgleichungen - Visualisierung und Lösungsansätze mit Hilfe verschiedener Technologieunterstützungen an Hand verschiedener Anwendungsbeispiele
 - Aufstellen und Lösen einfacher Differentialgleichungen – Lösung über Integration
 - Aufstellen komplexerer Differentialgleichungen – Lösung mittels Technologie
 - Visualisierung über Richtungsfelder
 - Erweiterung – numerische Verfahren: Euler-Cauchy, Runge-Kutta

Kompetenzerwerb

Folgende Kompetenzen sollen durch diesen Lehrpfad erworben werden können. Es sind die entsprechende Handlungsdimensionen angeführt und durch Inhaltsdimensionen in Klammer erweitert.

- Darstellen, Modellieren (Heronverfahren, Radioaktiver Zerfall, Räuber-Beute-Modell, Rekursionsmodelle und Differenzgleichungen Differentialgleichung)
- Rechnen, Operieren (Radioaktiver Zerfall - analytische Herleitung sowie weiterführende Aufgaben, Herleitung der logistischen Gleichung, Lösen von Differentialgleichungen)
- Interpretieren (exponentielles Wachstum - Lebensmittelkontrolle, exponentielle Abnahme - radioaktiver Zerfall)
- Argumentieren, Begründen (Unterschied zwischen Differenzen- und Differentialgleichung)n
- Problemlösen (Erkennen der Einsatzgebiete von Differenzen- und Differentialgleichung)



Genderaspekte

Vom Beginn an wurde in diesem Lernpfad darauf geachtet, dass die gewählten Beispiele Mädchen und Buben gleichermaßen ansprechen. Da die Aufgaben frei gewählt werden können, ist den Schüler/innen frei gestellt, welches Thema sie auswählen:

Wurzelberechnungen, radioaktiver Zerfall, Räuber-Beute-Modell und Vieles mehr. Dabei wurde sehr darauf geachtet, Beispiele im „mittleren Raum“ zu gestalten, die Burschen und Mädchen gleichermaßen interessieren.

Zuletzt beinhalten die Anwendungen Themen aus der Physik, Technik und Biologie, die ebenfalls gendergerecht alle Schüler/innen gleichermaßen betreffen.

Während des Lernpfads werden rein mathematische Inhalte durch interaktive Übungen (Parameterstudie) erarbeitet, die durch den hohen Experimentieranteil sowohl Mädchen als auch Burschen animieren sollen. Durch das Einbeziehen (aktueller) Alltagsbezüge wird der mathematische Inhalt für die Schüler/innen greifbarer und verständlicher.

An dem konkreten Beispiel „Radioaktiver Zerfall“ werden die Schüler/innen in ihrer Lebenswelt „abgeholt“ und sollen dieses erworbene Wissen in naturwissenschaftliche Zusammenhänge übertragen.

Methodische Hinweise

Einsatzmöglichkeiten des Lernpfades:

- Der Lernpfad eignet sich für Blended-Learning
 - Neben der von der Lehrperson unterstützten Einführungsphase soll in eigenverantwortlicher Einzelarbeit bzw. Partnerarbeit der Stoff vertieft werden. Die Lehrperson sollte für Fragen zumindest in der Präsenzphase zur Verfügung stehen.
 - Im Anschluss stehen einige Erweiterungsbereiche zum Selbststudium zur Verfügung.
- Die Begleitung der Online-Phase über eine Lernplattform ist empfehlenswert.

Kombination der Medien

Im Lernpfad werden verschiedene Medien/Softwaremöglichkeiten eingesetzt. Während im Bereich der diskreten Anwendungen vor allem die Tabellenkalkulation eine große Rolle spielt, ist für die Berechnung der kontinuierlichen dynamischen Vorgänge eine leistungsfähige Computeralgebra-Software notwendig (z.B. [DERIVE](#), [Mathematica](#), [Maxima](#), ...). Die Visualisierung kann auch über dynamische Mathematik-Software wie [GeoGebra](#) erfolgen.

Leistungsfeststellung / Leistungsbeurteilung

Die Art der Leistungsfeststellung/Leistungsbeurteilung wird im Lernpfad nicht weiter spezifiziert, d.h. sie bleibt der Lehrperson anheim gestellt.

