Lösungen zum Fehlertext: Integration

Fehler im Text sind rot markiert, etwaige Anmerkungen dahinter in Klammer.

Das Integral ist ein kompliziertes mathematisches Verfahren, das ausschließlich (nicht nur, aber auch) verwendet werden kann, um das Volumen von Rotationskörpern zu berechnen. Wie beim Differenzieren, das die Umkehroperation des Integrierens ist, lässt sich jede Funktion mit einer mehr oder weniger einfachen Formel (manche Integrale lassen sich sogar nur näherungsweise berechnen und in jedem Fall ist ein Integral schwieriger zu ermitteln als eine Ableitung) berechnen. Folgende einfache Regeln sind beim Integrieren zu beachten:

Die ersten beiden Gesetze stimmen, die letzten beiden nicht, es gilt stattdessen:

$\int f(x) \cdot g(x)\mathrm{d}x \rightarrow$ Verwendung der Formel für die partielle Integration

$$\int x^n \mathrm{d}x = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$$

Integriert man eine Funktion ist immer (nur bei unbestimmten Integralen) eine so genannte Integrationskonstante C anzuhängen, da ja multiplikative (additive) Konstanten beim Differenzieren verloren gehen und bei der Umkehroperation wieder gefunden werden müssen. Diese Integrationskonstante darf nur positive Werte annehmen und kann nicht genau bestimmt werden (beides ist schlichtweg falsch, das Vorzeichen ist beliebig und gibt man an durch welchen Punkt die gesuchte Funktion gehen soll, lässt sich die Konstante auch bestimmen). Die so eben beschriebene Art der Integration bezeichnet man als uneigentliches (unbestimmtes) Integral, deren Ergebnis immer eine Funktion ist.

Die zweite Interpretation der Integration ist das bestimmte Integral, das als Ergebnis eine Zahlt hat. Diese Zahl beschreibt den Flächeninhalt einer Fläche überhalb (unterhalb) der Kurve. Ein bestimmtes Integral benötigt zwei Grenzen, die unter- und überhalb des Integralzeichens angeschrieben werden, was wie folgt aussieht:

Die Formel stimmt im Prinzip, ist bei gewöhnlichen Integralen die untere Grenze kleiner als die obere Grenze. Flächeneinheiten können auch nicht negativ sein, also ist vor dem Endergebnis noch der Betrag zu nehmen.

Der negative Wert des bestimmten Integrals beschreibt die Lage der Fläche. Sie befindet sich im Bereich des zweiten und dritten Quadrantens (unterhalb der x-Achse) im Koordinatensystem.